1. Valoarea lui $\cos\dfrac{\pi}{10}$ este:
(a) $\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$; (b) $\dfrac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$; (c) $\sqrt{1-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}}$; (d) $\sqrt{5+2\sqrt{5}}$

2. Fie $E(x)=\operatorname{tg}\dfrac{x}{2}-\operatorname{ctg}\dfrac{x}{2}+\operatorname{ctg}x+2\sin\dfrac{5x}{3}$, unde $x\in(0,\pi)$. Atunci $E\left(\frac{\pi}{2}\right)$ este
(a) 1; (b) -1 ; (c) $\sqrt{3}$; (d) $-\sqrt{3}$

3. Calculaţi $E=\cos^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)+\cos^2(x+\pi),\ x\in\mathbb{R}$
(a) 1; (b) 0; (c) $2\cos^2 x$; (d) $2\sin^2 x$

4. Calculaţi $S=\cos\pi+\cos 2\pi+\cos 3\pi+\cdots+\cos 2022\pi$
(a) 0; (b) 2022; (c) 1011; (d) 3033

5. Produsul $(\operatorname{tg}1^0-\operatorname{ctg}1^0)\cdot(\operatorname{tg}2^0-\operatorname{ctg}2^0)\ldots(\operatorname{tg}89^0-\operatorname{ctg}89^0)$ este
(a) 1; (b) 0; (c) $\dfrac{1}{2^{89}}$; (d) $-\dfrac{1}{2^{89}}$

6. Suma $\lg\operatorname{tg}1^0+\lg\operatorname{tg}2^0+\cdots+\lg\operatorname{tg}89^0$ este
(a) 1; (b) 0; (c) $\dfrac{1}{2^{89}}$; (d) $-\dfrac{1}{2^{89}}$

7. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\sin^2 2x-\sin x\sin 3x$. Valoarea maximă a lui f este
(a) $\frac{1}{2}$; (b) 1; (c) 2; (d) $\frac{1}{4}$

8. Fie $a,b,c\in\mathbb{R}$. Valoarea determinantului

$$\begin{vmatrix}\cos^2 a & \cos^2 b & \cos^2 c\\ 1 & 1 & 1\\ \cos 2a & \cos 2b & \cos 2c\end{vmatrix}$$

este (a) 0; (b) 1; (c) $\cos^2 a\cos^2 b\cos^2 c$; (d) $1-\cos 2a\cos 2b\cos 2c$

9. Numărul $\cos 20^0\cos 40^0\cos 80^0$ este egal cu:
(a) $\frac{1}{8}$; (b) $-\frac{1}{8}$; (c) $\frac{\sqrt{3}}{8}$; (d) $-\frac{\sqrt{3}}{8}$

10. Valoarea numărului $E=\left(1+\operatorname{tg}\frac{\pi}{12}\right)\left(1+\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}\right)$ este
(a) $1+\sqrt{3}$; (b) 2; (c) 1; (d) $2-\sqrt{3}$

11. Ştiind că $x \in (\pi, 2\pi)$ şi $\cos 2x = \frac{1}{3}$, calculaţi $\sin x$.
(a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; (b) $-\frac{1}{3}$; (c) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$; (d) $-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

12. Ştiind că $x \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ şi $\cos x = \frac{4}{5}$, calculaţi $\sin x$.
(a) $\frac{3}{5}$; (b) $\frac{9}{25}$; (c) $\frac{1}{5}$; (d) $-\frac{3}{5}$

13. Ştiind că $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ şi $\sin x = -\frac{3}{5}$, calculaţi $\cos x$.
(a) $-\frac{4}{5}$; (b) $\frac{4}{5}$; (c) $-\frac{3}{5}$; (d) $-\frac{2}{5}$

14. Ştiind că $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ şi $\operatorname{tg} x = \frac{3}{4}$, calculaţi $\sin x + \cos x$.
(a) $\frac{7}{5}$; (b) $-\frac{1}{5}$; (c) $\frac{1}{5}$; (d) $-\frac{7}{5}$

15. Ştiind că $(2\sin x + \cos x)^2 = 2 + 3\sin^2 x$, calculaţi $\sin 2x$.
(a) $\frac{3}{2}$; (b) $\frac{1}{2}$; (c) 2; (d) 1

16. Calculaţi $\cos x$ ştiind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ şi $2(\cos^4 x - \sin^4 x) = -1$
(a) $\frac{1}{2}$; (b) $-\frac{1}{2}$; (c) $\frac{1}{4}$; (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

17. Fie $x, y \in \mathbb{R}$ astfel încât $\begin{cases} \sin x + \sin y = \frac{1}{2} \\ \cos x + \cos y = 1 \end{cases}$. Calculaţi $\cos(x - y)$.
(a) $-\frac{3}{8}$; (b) $-\frac{3}{4}$; (c) $-\frac{5}{8}$; (d) $\frac{5}{4}$

18. Fie $x \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ şi $y \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ astfel încât $\sin x = -\frac{3}{5}$ şi $\cos y = -\frac{1}{3}$. Atunci $\sin(2x + y)$ este
(a) $\dfrac{24 - 14\sqrt{2}}{75}$; (b) $\dfrac{24 + 14\sqrt{2}}{75}$; (c) $\dfrac{3 + 8\sqrt{2}}{15}$; (d) $\dfrac{1 - \sqrt{5}}{18}$

19. Fie un număr complex z de modul 1 care satisface relaţia

$$\sin(z + \bar{z}) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + i(z - \bar{z})\right) = 0.$$

Atunci $\operatorname{Re}^4 z + \operatorname{Im}^4 z$ este un element al mulţimii
(a) $\mathbb{N}$; (b) $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$; (c) $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$; (d) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$

20. Fie $u = \operatorname{arctg} \frac{4}{3}$ şi $z = 5(\cos u + i \sin u)$. Atunci $|z| + \operatorname{Re} z$ este:
(a) $\frac{28}{5}$; (b) 8; (c) 5; (d) $\frac{19}{3}$

21. Să se determine mulţimea M a tuturor $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ pentru care

$$\cos x \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin x \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{1}{2}$$

(a) $M = \left\{\frac{\pi}{6}\right\}$; (b) $M = \left\{\frac{\pi}{3}\right\}$; (c) $M = \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$; (d) $M = \left\{\pm\frac{\pi}{6}\right\}$

22. Să se determine mulţimea M a tuturor $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ pentru care

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x - \cos x$$

(a) $M = \left\{\pm\frac{\pi}{4}\right\}$; (b) $M = \left\{\frac{\pi}{4}\right\}$; (c) $M = \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$; (d) $M = \{0\}$

23. Ştiind că $\sin x - \cos x = \sqrt{2}$, determinaţi $x \in (0, \pi)$.
(a) $\frac{\pi}{4}$; (b) $\frac{\pi}{2}$; (c) $-\frac{\pi}{2}$; (d) 1

24. Determinaţi $x \in (0, \pi)$ ştiind că $\sin 2x - 3\sin x - 2\cos x + 3 = 0$.
(a) $\frac{\pi}{2}$; (b) $\frac{3\pi}{4}$; (c) $\frac{\pi}{4}$; (d) $\frac{3\pi}{4}$

25. Suma numerelor $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ pentru care $1 + \cos 4x = (\sin x - \cos x)^2$ este
(a) $\frac{\pi}{12}$; (b) $\frac{\pi}{6}$; (c) $\frac{\pi}{4}$; (d) $\frac{\pi}{3}$

26. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât ecuaţiile

$$\sin^4 x + \cos^4 x = a \text{ şi } \sin^6 x + \cos^6 x = a$$

să aibă toate soluţiile $x \in \mathbb{R}$ comune.
(a) 0; (b) 1; (c) 2; (d) 3

27. Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\dfrac{2}{\cos x} = \dfrac{1}{\sin 15^0} - \dfrac{1}{\cos 15^0}$ este:
(a) $\left\{2k\pi \pm \frac{\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
(b) $\left\{2k\pi \pm \frac{\pi}{12} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
(c) $\left\{2k\pi \pm \frac{3\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
(d) $\left\{2k\pi \pm \frac{\pi}{6} | k \in \mathbb{Z}\right\}$

28. Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\dfrac{\sin x}{1 + \sqrt{3}\operatorname{ctg} x} - \dfrac{3\cos x}{\sqrt{3} + \operatorname{tg} x} = \sqrt{2}$ este:
(a) $\left\{2k\pi + \frac{7\pi}{12} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
(b) $\left\{(2k+1)\pi + \frac{\pi}{12} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
(c) $\left\{(3k+1)\frac{\pi}{3} + (-1)^k\frac{\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
(d) $\left\{k\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{12} | k \in \mathbb{Z}\right\}$

29. Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\sin^2 x + \cos^2 2x = 2$ este:
(a) $\left\{k\frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
(b) $\left\{k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
(c) $\emptyset$
(d) $\left\{2k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$

30. Numărul soluţiilor reale ale ecuaţiei

$$5\operatorname{arctg} x + 2\operatorname{arctg}\frac{1}{x} = 2\pi$$

este:
(a) 0; (b) 1; (c) 2; (d) o infinitate

31. Perioada principală a funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \sin 2x$ este
(a) $\frac{\pi}{2}$; (b) 2π; (c) π; (d) $\frac{3\pi}{2}$

32. Dacă $a = \sin 11^0$ şi $b = \sin 168^0$, atunci
(a) $a > b$; (b) $a + b < 0$; (c) $a = b$; (d) $a < b$

33. Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \sin(\pi x) + \{x\}$, unde $\{x\}$ este partea fracţionară a lui x. Atunci
(a) f este neperiodică; (b) f este periodică de perioadă 2π;
(c) f este periodică de perioadă 1; (d) f este periodică de perioadă 2

34. Fie $x_n = \cos\dfrac{a}{2}\cos\dfrac{a}{2^2}\cos\dfrac{a}{2^3}\ldots\cos\dfrac{a}{2^n},\ n \in \mathbb{N}^*$, unde $a \in \mathbb{R},\ a > 0$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este
(a) 1; (b) $\sin a$; (c) $\frac{\sin a}{a}$; (d) $+\infty$

35. Fie $x_n = \sqrt{\cos\dfrac{\pi}{12}} \cdot \sqrt[4]{\cos\dfrac{\pi}{12}} \ldots \sqrt[2^n]{\cos\dfrac{\pi}{12}}$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este
(a) 1; (b) $\cos\frac{\pi}{12}$; (c) $\sqrt{\cos\frac{\pi}{12}}$; (d) 0

36. Fie $f : E \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{\arcsin\sqrt{x}}{1 - \ln(e - x)}$. Atunci domeniul maxim de continuitate pentru f este
(a) $(0, 1]$; (b) $(0, e)$; (c) $(0, e - 1)$; (d) $\emptyset$

37. Fie $l = \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{\sqrt[3]{\sin x} - 1}{x - \frac{\pi}{2}}$. Atunci
(a) $l = 1$; (b) $l = 0$; (c) $l = \frac{1}{3}$; (d) $\nexists$

38. Fie $l = \lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\sin x}{1 - \frac{x^2}{\pi^2}}$. Atunci
(a) 0; (b) 1; (c) $\frac{\pi}{2}$; (d) $-\frac{\pi}{2}$

39. Pentru $n \in \mathbb{N}^*$ şi $x \in \mathbb{R}$ considerăm $S_n(x) = \cos(x) + \cos 2x + \cdots + \cos nx$. Atunci:
(a) $S_n(x)$ este mărginit $\forall x \in \mathbb{R}$; (b) $S_n(x)$ este mărginit $\forall x \in \mathbb{R}^*$;
(c) $S_n(0)$ este mărginit; (d) $\lim\limits_{n\to\infty} |S_n(x)| = \infty,\ \forall x \in \mathbb{R}$.

40. Fie $f(x) = \dfrac{\sin x - 2\sin 2x + \sin 3x}{\cos x - 2\cos 2x + \cos 3x}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \left(\left\{\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \{2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}\right)$. Atunci:
(a) perioada principală a lui f este 2π; (b) perioada principală a lui f este π;
(c) f este pară; (d) $f\left(\frac{5\pi}{24}\right) = 2 + \sqrt{3}$.

41. Să se rezolve următoarele ecuaţii trigonometrice:
    a) $\cos 2x + 4\sin x - 1 = 0$
    b) $\sin^2 x - \cos^2 x - \cos x = 0$
    c) $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 1$
    d) $3\sin^2 x + 2\sin x\cos x - \cos^2 x = 0$
    e) $5(\sin x + \cos x) - 2\sin 2x = 4$

42. Rezolvaţi sistemul $\begin{cases} \sin x + \cos y = 1 \\ \cos 2x - \cos 2y = 1 \end{cases}$.

43. Rezolvaţi sistemul $\begin{cases} \sin^2 x + \sin^2 y = \frac{1}{2} \\ x - y = \frac{4\pi}{3} \end{cases}$.

44. Să se rezolve următoarele inecuaţii trigonometrice:
    a) $\sin x > \frac{\sqrt{3}}{2}$
    b) $\sin 2x < \frac{1}{2}$
    c) $\cos^2 x \geq \frac{1}{4}$
    d) $\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x - 2 \leq 0$
    e) $\sin 4x < \sin 2x$

45. Fie $a, b, c \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $a + b + c = \pi$ şi $\operatorname{tg} a,\ \operatorname{tg} b,\ \operatorname{tg} c$ sunt în progresie aritmetică. Calculaţi produsul $\operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} c$.

46. Fie $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care are sens $E(a,b) = \dfrac{\sin(a+b) - \sin a - \sin b}{\sin(a-b) - \sin a + \sin b}$.
    a) Aduceţi $E(a,b)$ la forma cea mai simplă;
    b) Calculaţi $E\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}\right)$.

47. a) Arătaţi că $4\cos a \cos(60^0 - a)\cos(60^0 + a) = \cos 3a,\ \forall a \in \mathbb{R}$;
    b) Arătaţi că $\cos 6^0 \cos 66^0 \cos 42^0 \cos 78^0 = \frac{1}{16}$.

48. Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \sin x + \cos x$.
    a) Care este valoarea expresiei $f(x) - \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$?
    b) Care este valoare minimă a funcţiei f?
    c) Care este valoare maximă a funcţiei f?
    d) Calculaţi $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$.
    e) Care este valoarea expresiei $f(x)f(-x) - \cos 2x$?

49. Fie $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right),\ t = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$ şi $S_n = \operatorname{tg}^n x + \operatorname{ctg}^n x,\ n \in \mathbb{N}^*$.
    a) Arătaţi că $t \geq 2$.
    b) Calculaţi S_2 şi S_3 în funcţie de t.
    c) Demonstraţi că $S_n = tS_{n-1} - S_{n-2},\ n \geq 3$.
    d) Arătaţi că S_n se poate exprima în funcţie de t.

e) Dacă $\sin 2x \in \mathbb{Q}$, arătaţi că $\operatorname{tg}^n x + \operatorname{ctg}^n x \in \mathbb{Q}$.

50. Fie $f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x + m(\sin^4 x + \cos^4 x),\ x \in \mathbb{R}$, m parametru real.

a) Arătaţi că $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x$ şi $\cos^6 x + \sin^6 x = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x$.

b) Arătaţi că $f(x) = 1 + m - t^2\left(\frac{3}{4} + \frac{m}{2}\right),\ t = \sin 2x$.

c) Calculaţi $f\left(\frac{\pi}{16}\right)$ pentru $m = 1$.

d) Determinaţi m dacă f este funcţie constantă, apoi determinaţi valoarea constantei.

e) Pentru $m = -0,7$ determinaţi $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $f(x) = 0$.