

Examen Matematici Speciale

- I. 1. Să se calculeze integrala curbilinie

$$\int_C 9x^3 ds, \text{ unde } (C) : x^3 = 2y, x \in [0, 2]$$

și să se reprezinte grafic curba C .

2. Să se calculeze integrala dublă

$$\iint_D (x + 2y) dx dy, \text{ unde } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 0 \leq x \leq 2 - y, 0 \leq y \leq 2\}$$

și să se reprezinte grafic domeniul D .

3. Să se rezolve ecuația trigonometrică

$$\cos 2x + \sqrt{2} \sin x - 1 = 0$$

și să se reprezinte pe cercul trigonometric soluțiile din intervalul $[0, 2\pi)$.

- II. 1. Să se rezolve triunghiul plan în care se cunosc:

$$b = 600, c = 360, A = 60^\circ$$

2. Să se rezolve triunghiul sferic dreptunghic ($A = 90^\circ$) în care se cunosc:

$$a = 75^\circ, c = 30^\circ$$

3. Să se determine perimetrul și aria triunghiului sferic cu vârfurile în:

Oraș	Longitudine Est	Latitudine Nord
Constanța	$28^\circ 37' 01''$	$44^\circ 10' 49''$
Suceava	$26^\circ 15' 39''$	$47^\circ 39' 21''$
Timișoara	$21^\circ 13' 22''$	$45^\circ 46' 11''$

Barem corectare

- I. Din oficiu 1 p
1. $C : \begin{cases} x = t \\ y = \frac{t^3}{2} \end{cases}, t \in [0, 2] \dots\dots\dots 0.75p$
 $\begin{cases} x' = 1 \\ y' = \frac{3t^2}{2} \end{cases} \Rightarrow ds = \sqrt{1 + \frac{9t^4}{4}} dt \Rightarrow I = \int_0^2 9t^3 \sqrt{1 + \frac{9t^4}{4}} dt \dots\dots\dots 0.75p$
 $u = 1 + \frac{9t^4}{4} \Rightarrow du = 9t^3 dt \Rightarrow I = \int_1^{37} \sqrt{u} du = \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \Big|_1^{37} = \frac{2}{3} (37\sqrt{37} - 1) \dots\dots\dots 1p$
 reprezentarea grafică a curbei $C \dots\dots\dots 0.5p$
 2. $I = \int_0^2 \left[\int_0^{2-y} (x + 2y) dx \right] dy = \int_0^2 \left[\frac{x^2}{2} \Big|_0^{2-y} + 2xy \Big|_0^{2-y} \right] dy = \int_0^2 \left[\frac{(2-y)^2}{2} + 2y(2-y) \right] dy \dots\dots\dots 1.5p$
 $I = \frac{1}{2} \int_0^2 (4 + 4y - 3y^2) dy = \frac{1}{2} (4y \Big|_0^2 + 2y^2 \Big|_0^2 - y^3 \Big|_0^2) = 4 \dots\dots\dots 1p$
 reprezentarea grafică a domeniului $D \dots\dots\dots 0.5p$
 3. $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x, t = \sin x, 2t^2 - \sqrt{2}t = 0 \dots\dots\dots 1p$
 $t_1 = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \dots\dots\dots 0.75p$
 $t_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = k\pi + (-1)^k \cdot \frac{\pi}{4} \dots\dots\dots 0.75p$
 reprezentarea pe cercul trigonometric a soluțiilor $0, \pi, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \dots\dots\dots 0.5p$
- II. Din oficiu 1 p
1. $a = 523.0679 \dots\dots\dots 1p$
 $B = 83^0 24' 48'' \dots\dots\dots 1p$
 $C = 36^0 35' 12'' \dots\dots\dots 1p$
 2. $b = 72^0 36' 39'' \dots\dots\dots 1p$
 $B = 81^0 06' 02'' \dots\dots\dots 1p$
 $C = 31^0 10' 26'' \dots\dots\dots 1p$
 3. distanță Constanța - Suceava: 427.2335 km 0.75p
 distanță Constanța - Timișoara: 607.6276 km 0.75p
 distanță Timișoara - Suceava: 437.5109 km 0.75p
 perimetru: 1472.3721 km 0.25p
 unghi Constanța: $46^0 05' 48'' \dots\dots\dots 0.1p$
 unghi Suceava: $89^0 19' 07'' \dots\dots\dots 0.1p$
 unghi Timișoara: $44^0 43' 02'' \dots\dots\dots 0.1p$
 exces $\varepsilon = 0^0 07' 55'' \dots\dots\dots 0.1p$
 Aria $S = 93530.0143 \text{ km}^2 \dots\dots\dots 0.1p$

Examen Matematici Speciale

- I. 1. Să se calculeze integrala curbilinie

$$\int_C \frac{4x}{y^2} dx + xy dy, \text{ unde } (C) : 2x = y^3, y \in [0, 2]$$

și să se reprezinte grafic curba C .

2. Să se calculeze integrala dublă

$$\iint_D (x + 2y) dx dy, \text{ unde } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2 - y, 0 \leq y \leq 2\}$$

și să se reprezinte grafic domeniul D .

3. Să se rezolve ecuația trigonometrică

$$\sin^2 x - \sqrt{3} \sin x \cos x = 0$$

și să se reprezinte pe cercul trigonometric soluțiile din intervalul $[0, 2\pi)$.

- II. 1. Să se rezolve triunghiul plan în care se cunosc:

$$A = 54^{\circ}23'42'', b = 31.5, C = 38^{\circ}36'18''$$

2. Să se rezolve triunghiul sferic dreptunghic ($A = 90^{\circ}$) în care se cunosc:

$$b = 155^{\circ}27'54'', c = 29^{\circ}46'08''$$

3. Să se determine perimetrul și aria triunghiului sferic cu vârfurile în:

Oraș	Longitudine Est	Latitudine Nord
Bacău	$26^{\circ}54'55''$	$46^{\circ}34'21''$
București	$26^{\circ}05'48''$	$44^{\circ}24'49''$
Cluj	$23^{\circ}32'59''$	$46^{\circ}45'56''$

Barem corectare

- I. Din oficiu 1 p
1. $C : \begin{cases} x = \frac{t^3}{2} \\ y = t \end{cases}, t \in [0, 2] \dots\dots\dots 0.75p$
- $\begin{cases} x' = \frac{3t^2}{2} \\ y' = 1 \end{cases} \Rightarrow I = \int_0^2 \left(3t^3 + \frac{t^4}{2} \right) dt \dots\dots\dots 1p$
- $I = 3 \frac{t^4}{4} \Big|_0^2 + \frac{t^5}{10} \Big|_0^2 = \frac{76}{5} \dots\dots\dots 0.75p$
- reprezentarea grafică a curbei $C \dots\dots\dots 0.5p$
2. $I = \int_0^2 \left[\int_0^{2-y} (x+2y) dx \right] dy = \int_0^2 \left[\frac{x^2}{2} \Big|_0^{2-y} + 2xy \Big|_0^{2-y} \right] dy = \int_0^2 \left[\frac{(2-y)^2}{2} + 2y(2-y) \right] dy \dots\dots\dots 1.5p$
- $I = \frac{1}{2} \int_0^2 (4 + 4y - 3y^2) dy = \frac{1}{2} \left(4y \Big|_0^2 + 2y^2 \Big|_0^2 - y^3 \Big|_0^2 \right) = 4 \dots\dots\dots 1p$
- reprezentarea grafică a domeniului $D \dots\dots\dots 0.5p$
3. $\sin x (\sin x - \sqrt{3} \cos x) = 0 \dots\dots\dots 0.5p$
- $\sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \dots\dots\dots 1p$
- $\operatorname{tg} x = \sqrt{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3} \dots\dots\dots 1p$
- reprezentarea pe cercul trigonometric a soluțiilor $0, \pi, \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \dots\dots\dots 0.5p$
- II. Din oficiu 1 p
1. $a = 25.6462 \dots\dots\dots 1p$
- $B = 87^0 \dots\dots\dots 1p$
- $c = 19.6813 \dots\dots\dots 1p$
2. $a = 142^0 09' 13'' \dots\dots\dots 1p$
- $B = 137^0 24' 21'' \dots\dots\dots 1p$
- $C = 54^0 01' 16'' \dots\dots\dots 1p$
3. distanță Bacău - București: 248.3890 km 0.75p
- distanță București - Cluj: 328.0957 km 0.75p
- distanță Bacău - Cluj: 257.6785 km 0.75p
- perimetru: 834.1632 km 0.25p
- unghi Bacău: $80^0 49' 22'' \dots\dots\dots 0.1p$
- unghi București: $50^0 50' 47'' \dots\dots\dots 0.1p$
- unghi Cluj: $48^0 22' 32'' \dots\dots\dots 0.1p$
- exces $\varepsilon = 0^0 02' 41'' \dots\dots\dots 0.1p$
- Aria $S = 31601 \text{ km}^2 \dots\dots\dots 0.1p$

Examen Matematici Speciale

- I. 1. Să se calculeze integrala curbilinie

$$\int_C \frac{4x}{y^2} dx + xy dy, \text{ unde } (C) : 2x = y^3, y \in [0, 2]$$

și să se reprezinte grafic curba C .

2. Să se calculeze integrala dublă

$$\iint_D (x^2 + 2y) dx dy, \text{ unde } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 0 \leq x \leq 2, x \leq y \leq 2\}$$

și să se reprezinte grafic domeniul D .

3. Să se rezolve ecuația trigonometrică

$$\cos 2x - \sqrt{3} \cos x + 1 = 0$$

și să se reprezinte pe cercul trigonometric soluțiile din intervalul $[0, 2\pi)$.

- II. 1. Să se rezolve triunghiul plan în care se cunosc:

$$a = 54.3, b = 31.5, c = 38.7$$

2. Să se rezolve triunghiul sferic dreptunghic ($A = 90^\circ$) în care se cunosc:

$$b = 35^\circ 42', C = 60^\circ 25'$$

3. Să se determine perimetrul și aria triunghiului sferic cu vârfurile în:

Oraș	Longitudine Est	Latitudine Nord
Brașov	$25^\circ 36' 42''$	$45^\circ 39' 50''$
Galați	$28^\circ 02' 04''$	$45^\circ 26' 22''$
Iași	$27^\circ 35' 20''$	$47^\circ 09' 44''$

Barem corectare

- I. Din oficiu 1 p
1. $C : \begin{cases} x = \frac{t^3}{2} \\ y = t \end{cases}, t \in [0, 2] \dots\dots\dots 0.75p$
 $\begin{cases} x' = \frac{3t^2}{2} \\ y' = 1 \end{cases} \Rightarrow I = \int_0^2 \left(3t^3 + \frac{t^4}{2} \right) dt \dots\dots\dots 1p$
 $I = 3 \frac{t^4}{4} \Big|_0^2 + \frac{t^5}{10} \Big|_0^2 = \frac{76}{5} \dots\dots\dots 0.75p$
 reprezentarea grafică a curbei $C \dots\dots\dots 0.5p$
2. $I = \int_0^2 \left[\int_x^2 (x^2 + 2y) dy \right] dx = \int_0^2 \left[x^2 y \Big|_x^2 + y^2 \Big|_x^2 \right] dx = \int_0^2 [x^2(2-x) + (4-x^2)] dx \dots\dots\dots 1.5p$
 $I = \int_0^2 (-x^3 + x^2 + 4) dx = -\frac{x^4}{4} \Big|_0^2 + \frac{x^3}{3} \Big|_0^2 + 4x \Big|_0^2 = \frac{20}{3} \dots\dots\dots 1p$
 reprezentarea grafică a domeniului $D \dots\dots\dots 0.5p$
3. $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1, t = \cos x, 2t^2 - \sqrt{3}t = 0 \dots\dots\dots 1p$
 $t_1 = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \dots\dots\dots 0.75p$
 $t_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \dots\dots\dots 0.75p$
 reprezentarea pe cercul trigonometric a soluțiilor $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \dots\dots\dots 0.5p$
- II. Din oficiu 1 p
1. $A = 100^0 50' 26'' \dots\dots\dots 1p$
 $B = 34^0 44' 08'' \dots\dots\dots 1p$
 $C = 44^0 25' 34'' \dots\dots\dots 1p$
2. $a = 55^0 30' 34'' \dots\dots\dots 1p$
 $B = 45^0 04' 19'' \dots\dots\dots 1p$
 $c = 45^0 47' 19'' \dots\dots\dots 1p$
3. distanță Brașov - Galați: 190.2881 km 0.75p
 distanță Brașov - Iași: 225.2288 km 0.75p
 distanță Galați - Iași: 194.5971 km 0.75p
 perimetru: 610.1139 km 0.25p
 unghi Brașov: $55^0 05' 10'' \dots\dots\dots 0.1p$
 unghi Galați: $71^0 37' 49'' \dots\dots\dots 0.1p$
 unghi Iași: $53^0 18' 30'' \dots\dots\dots 0.1p$
 exces $\varepsilon = 0^0 01' 29'' \dots\dots\dots 0.1p$
 Aria $S = 17574 \text{ km}^2 \dots\dots\dots 0.1p$